

La fonction exponentielle

Définition

L'unique fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} et telle que : $f' = f$ et $f(0) = 1$ est appelée fonction exponentielle. On la note \exp .

$$\exp' = \exp \quad \exp(0) = 1 \quad \exp(x) = e^x$$

Propriétés algébriques

Pour tous réels a et b , pour tout entier n .

$$\exp(a+b) = \exp(a) \times \exp(b)$$

$$e^{a+b} = e^a \times e^b$$

$$\exp(-a) = \frac{1}{\exp(a)}$$

$$e^{-a} = \frac{1}{e^a}$$

$$\exp(a-b) = \frac{\exp(a)}{\exp(b)}$$

$$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$$

$$\exp(na) = (\exp(a))^n$$

$$e^{na} = (e^a)^n$$

Propriétés de la fonction exponentielle

- Pour tout réel x , e^x est strictement positif : $e^x > 0$
- La fonction est strictement croissante sur \mathbb{R}
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$
- Pour tous réels a et b , on a :
 $e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$ et $e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$

